ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ 1987.

1. Површина коцке је 96cm^2. Колика је њена запремина?

2. Дешифруј множење:

```
* * . * *
      * *
  9   7
---------
1 *   * *
```

3. Два часовника навијена су 4. априла 1987. године у 9 сати изјутра. Један од њих ради тачно, а други напредује три минута сваког сата. Ког дана и у колико сати ће оба часовника поново показивати исто време?

4. Одредити онајдвоцифрени број који се повећа 26 пута, ако му се с`леве сране допише број 7.

5. Распореди 12 тачака на 6 правих, тако да на свакој правој буду по 4 тачке. Решење образложи цртежом.

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ 1988.

1. Ако се са 120kg сена 5 оваца може хранити 8 дана, колико је сена потребно да се стадо од 80 оваца храни 15 дана?

2. Трговац је помешао извесну количину белог пасуља по цени од 1000 динара и 100kg пасуља по цени од 600 динара. Колико је било пасуља од 1000 динара, ако је 1kg мешавине продан по цени 750 динара?

3. -Површина коцке једнака је површини правоугаоника чије су странице 12cm и 8cm. Колика је запремина те коцке?

4. Дешифруј следеће сабирање, ако знаш да једнаким словима одговарају једнаке цифре и обрнуто – различитим словима одговарају различити бројеви.

```
   A B C C
 + C C B A
 ---------
 A D C E B
```

5. У једној школи од 120 ученика на такмичењу из математике учествовало је 83 ученика, а на такмичењу из рецитовања 56 ученика IV разреда. Колико ученика је учествовало и у једном и у другом такмичењу, ако се зна да 13 ученика није учествовало ни у једном такмичењу?

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ 1989.

1. Трактор пређе пут дужине један метар, ако му предњи точак начини један обртај, а 4 метара, ако му задњи точак начини један обртај. Колики пут пређе трактор, ако му на том путу предњи точак начини за 39 обртаја више него задњи точак?

2. Ако се ивица коцке повећа за 1cm, новодобијена коцка има површину за 366cm^2 већу од првобитне. Колика је запремина првобитне коцке?

3. Дешифруј дељење:
   * * * * : * * = * *
   * * 5
   * *
   * 1
   0 тако што ћеш уместо звездица ставити одговарајуће цифре.

4. Располажеш са теразијама, једним тегом од 250 грама и 9kg брашна. Како помоћу само три мерења одмерити тачно 2kg брашна?

5. Колико има троцифрених бројева код којих је прва цифра паран број, а последња цифра непаран број?

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ 1990.

1. Деда и унук имају заједно 65 година. Колико година има деда, а колико унук, ако се зна да унук има онолико месеци колико деда има година?

2. Располажемо са два празна лонца од којих један има запремину 11 литара, а други 7 литара. Како се помоћу расположивих судова може најбрже у буре сипати тачно 6 литара воде?

3. -Квадар је састављен од 12 једнаких коцки чија је ивица 10цм. Колика је површина тог квадрата? Одредити сва решења.

4. Помоћу 4 деветке и симбола за рачунске операције, написати четири бројна израза од којих сваки има вредност 1 (дозвољено је коришћење заграда).

5. У једној корпи има два пута више јабука него у другој. Ако се из сваке корпе узме по 20 јабука, онда ће у првој остати три пута више јабука него у другој. Колико је јабука било у свакој корпи?

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ 1991.

1. Дешифруј множење:

$$\begin{array}{r} ABA \cdot AA = ABA \\ \underline{+ABA} \\ A99A \end{array}$$

ако једнаким словима одговарају једнаки бројеви и различитим словима различити бројеви.

2. Обим правоугаоника је 72cm, а странице се разликују за 4cm. Одредити површину датог правоугаоника.

3. Ако Маре поклони Љуби 10 динара, онда ће имати једнаке суме новца. Ако Љуба поклони Мару 20 динара, Маре ће имати четири пута више новца од Љубе. Колико новца има Маре, а колико Љуба?

4. Збир ивица коцке је 1224cm. Колика је површина, а колика запремина дате коцке?

5. У априлу 1963. године три уторка су била парног датума. Који дан у седмици је био 13.април?

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ 1992.

1. Дешифровати сабирање:

$$\begin{array}{r} AAA \\ BB \\ \underline{+\quad CC} \\ CDAB \end{array}$$

2. Ако броју избришемо последњу цифру 0, онда се он смањи за 27405. Који је то број?

3. Како бисте помоћу једне канте од 4*l* и једне канте од 9*l* донели са чесме тачно 6*l* воде?

4. Дат је правоугаоник ABCD са страницама AB = 5cm и BC = 4cm. Тачка M припада страници AB, а тачка N страници CD. Ако је обим четвороугла AMND једнак обиму четвороугла MBCN и износи 14cm, нађи дужину дужи MN.

5. Коцка ивице 4dm је обојена црвеном бојом, а потом исечена на коцкице ивице 1dm. Колико је добијено коцкица које имају обојене: а) три стране; б) две стране; в) једну страну; г) ниједну страну?

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ 1993.

1. Сто подударних квадрата дужине страница 3цм треба сложити тако да се добије правоугаоник:

   1) највећег; 2) најмањег обима.

   Које су димензије тих правоугаоника?

2. Дешифровати сабирање:

$$\begin{array}{r} A \\ AB \\ ABC \\ +\,ABCD \\ \hline 1CC3 \end{array}$$

3. У дворишту пасу кокошке и прасићи, при чему уочавамо 130 ногу и 40 глава. Колико има кокошака, а колико прасића?

4. Два одрасла човека и два дечака треба да се превезу сједне на другу страну реке. Како ће они то најбрже урадити ако на располагању имају само мали чамац у који може стати један одрастао човек или два детета?

5. Ако се једна страница квадрата повећа за 2cm, а друга смањи за 5cm, добија се правоугаоник чија је површина за 46cm^2 мања од површине квадрата. Колика је страница квадрата?

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ 1994.

1. Аца из прве клупе је приметио: „Ако се број јабука у корпи сабере са бројем ученика добија се тачно100“. Потом је учитељ сваком ученику поделио по 2 јабуке, а при том је у корпи остало 19 јабука. Колико је ученика у том разреду и колико је јабука било у корпи?

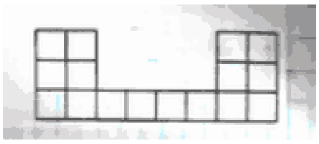
2. Дешифруј сабирање ако једнаким словима одговарају једнаке цифре, а различитим словима различите цифре.

$$\begin{array}{r} A \\ AB \\ ABB \\ +\,ABBC \\ \hline DDA3 \end{array}$$

3. Група од 58 путника превезе се преко реке помоћу 9 чамаца, од којих су неки имали 6, а неки 8 седишта. Колико чамаца је било од сваке врсте, ако се зна да су сви били пуни?

4. Ако се страница квадрата повећа за 2cm, онда се добије нови квадрат чија је површина за 144cm^2 већа од површине првобитног. Израчунати обим и површину првобитног квадрата.

5. Фигуру дату на слици поделити: а) на 6 делова користећи само две праве; б) на 4 подударне фигуре.



ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ 1995.

1. Књига има 195 листова. Колико та књига има страница? Колико цифара је потребно за нумерацију те књиге?

2. Дешифровати сабирање: A + AB + BB + ABBB = A995.

3. Два ученика имају нешто новца и реше да купе исту књигу. Али једном недостаје 2 динара, а другом 7 динара. Зато реше да заједнички купе књигу, али ни тада нису имали довољно новца. Колико кошта књига ако је њена цена природан број динара?

4. Ако се једна страница датог квадрата повећа за 8cm, а друга смањи за 6cm, добија се правоугаоник чија је површина једнака површини датог квадрата. Одредити обим квадрата и правоугаоника.

5. Коцка ивице 3cm разрезана је на кубне центиметре. Од свих добијених кубних центиметара направљени су сви могући квадри. Који од њих има највећу, а који најмању површину?

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ 1996.

1. Старој књизи недостају прве 142 странице, тако да књига почиње 143. страницом, а завршава се страницим која је написана такође цифрама 1, 4 и 3, али у другом распореду. Колико страница има та стара књига?

2. Збир два броја је 1804. Ако први увећамо четири пута, онда је њихов збир 1996. О којим бројевима је реч?

3. Дешифровати сабирање: ABCD + ABC + AB + A = 4321, ако једнаким словима одговарају једнаке, а различитим словима различите цифре.

4. У првој фудбалској лиги игра 10 клубова. Колико ће се утакмица одиграти у току такмичења, ако сваки клуб игра са сваким четири пута?

5. Коцка чија је ивица 3дм обојена је плавом бојом. Колико најмање резања треба извршити да би се коцка исекла на мање коцке ивице 1дм? Колико тако исечених коцки је: а) необојено; б) има две стране коцке обојене плавом бојом?

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ 1997.

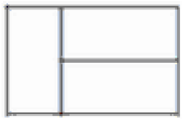
1. Сада је 5. април 1997. године и тачно 9 сати и 15 минута. Који ће датум и колико ће сати бити за 1997 минута?

2. Мира и Вера имају укупно 1500 динара, Вера и Љубинка имају укупно 2500 динара, Љубинка и Борка имају укупно 3500 динара, а Борка има 1500 динара више од Мире. Колико новца има свака од њих?

3. Дешифровати одузимање * * * * - 4 = * * * записујући одговарајуће цифре уместо звездица. Колико различитих решења има дати бројевни ребус?

4. Влада је свом сину Николи једног дана поклонио један кликер. Сутрадан му је поклонио три кликера, трећег дана пет кликера и сваког следећег дана за два кликера више него претходног дана. Колико кликера је Никола добио тридесетог дана? Колико укупно кликера је Никола имао на крају тридесетог дана?

5. Три мања подударна правоугаоника сложена су (као на слици) тако да граде нови већи правоугаоник. Ако је обим сваког од малих правоугаоника 60цм, колика је површина квадрата који са великим правоугаоником има један обим?



ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ 1998.

1. Ако у неком броју изоставимо 0 која се налази на месту јединица, онда је новодобијени број за 1998 мањи од првобитног. Који је то број?

2. Лека има три пута више новца од Жарка. Ако обојица потроше по 10 динара, тада ће Лека имати четири пута више новца од Жарка. Колико новца је имао свако од њих на почетку?

3. Дешифровати сабирање: * * * * + * * * = 1998 ако сваки од непознатих сабирака има једнаку вредност било да га читамо слева удесно, било да га читамо здесна улево.

4. Ако се једна страница квадрата повећа за 3cm, а друга за 6cm, онда новодобијени правоугаоник има површину која је за 1998cm^2 већа од површине квадрата. Израчунати обим датог квадрата и обим добијеног правоугаоника.

5. Два оца и два сина играли су шах по систему да свако са сваким игра по једну партију. Колико је том приликом одиграно најмање партија, а колико највише партија?

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ 1999.

1. Двојица мотоциклиста кренули су истовремено из места А у место В један другом у сусрет. Први се кретао брзином од 1km у минуту, а други брзином од 800m у минуту. Када су се срели, први мотоциклиста је прешао 66km више од другог. Колико је растојање између места А и места В?

2. Површина једног винограда је 199900m^2. Дужина баште је 4 пута мања од дужине винограда, а ширина баште је 5 пута мања од ширине винограда. Колика је површина баште?

3. У изразу 2 * 4 * 6 * 8 * 10 = 9 * 9 заменити * знацима рачунских операција и заграда, тако да добијена вредност буде тачна. Урадити то на три начина.

4. Дата једнакост А А А · В + С = 1999. Дешифровати дату једнакост, тако што уместо слова А, В и С треба написати одговарајуће цифре, при чему једнаким словима одговарају једнаке цифре и различитим словима различите цифре. Колико различитих решења има?

5. Миша је у забавном парку купио 5 жетона и започео игру против компјутера. У свакој партији у којој Миша победи компјутер, као награду, добија нових 5 наградних жетона. Миша се хвалио да је одиграо 50 партија и 8 пута победио компјутер. Његов друг Горан је тврдио да је то немогуће. Ко је био у праву Миша или Горан?

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ 2000.

IV разред

1. Колико ће се тона сена добити са ливаде дужине 750 m и ширине 200 m, ако се са сваког ара просечно накоси 240 kg траве и ако се зна да маса сена чини четвртину масе траве?

2. Трећина збира три броја је 2000. Ако је други број три пута већи од првог, а трећи за 5 мањи од првог, израчунај те бројеве.

3. Дешифровати одузимање $**** - *** = 2000$, ако се и умањеник и умањилац читају једнако с лева у десно и с десна у лево.

4. После одређеног броја радних дана зидари су одлучили да убрзају изградњу, па су свака 3 дана после скратили на 2 дана. Ако је цео посао завршен за 55, уместо за 70 дана, колико се дана радило пре убрзавања посла?

5. Петар, Ана, Марко, Бојан и Гордана су хтели да поделе бомбоне. Свако је редом узимао по једну бомбону док није остало мање него што је њих, а онолико колико је добио свако од њих. Колико је могло бити бомбона? Одредити сва решења.

Окружно такмичење 2001. год.

Четврти разред

1. Колико цифара се употреби за нумерацију парних страница књиге која има 111 страница?

2. Када се једна страница правоугаоника смањи за 5 cm, а друга повећа за 4 cm, онда се добија квадрат чија је површина једнака површини правоугаоника. За колико је обим правоугаоника већи од обима квадрата?

3. Одредити најмањи паран природни број чији је збир цифара 60.

4. Једна тона обичне воде садржи 40 g соли, а у једној тони морске воде има 35 kg соли. Која количина обичне воде садржи онолико соли колико се добија испаравањем 200 g морске воде?

5. Дешифровати множење $** \cdot * \cdot *9 = 2001$, тако што ће се уместо звездица ставити одговарајуће цифре. Колико различитих решења има?

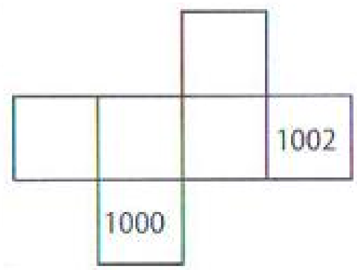
Окружно такмичење - 2010. године

IV разред

1. Збир два броја је 56, количник 4, а остатак 1. Који су то бројеви?

2. Колико има двоцифрених бројева код којих је цифра јединица већа од цифре десетица?

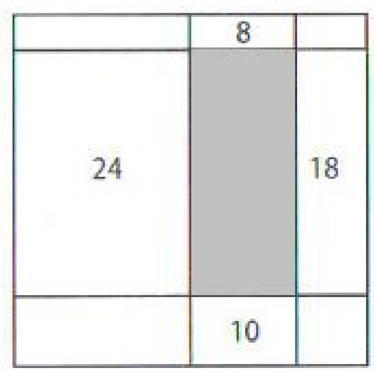
3. Дата је мрежа коцке и у два њена квадрата уписани су бројеви 1000 и 1002 (види слику). Упиши још четири различита парна четвороцифрена броја (у преостала 4 квадрата) тако да збирови бројева на супротним странама коцке (када је склопимо) буду 2010.



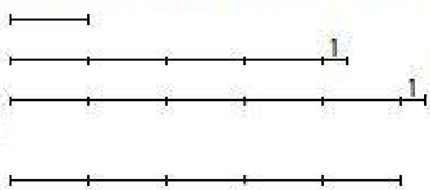
4. На колико начина из дате табеле можемо да прочитамо број 2010 ако можемо да се крећемо само у 3 смера: десно, доле и дијагонално десно-доле?

2	0	1	0
0	0	0	0
1	0	1	0
0	0	0	0

5. Квадрат странице 10cm подељен је на 9 правоугаоника као на слици. У четири правоугаоника (види слику) су записани њихови обими (у центиметрима). Израчунај обим осенченог правоугаоника.



РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - IV РАЗЕД



1. Мањи број: : x,

Већи број: : $4x + 1$, (**4 бода**)

Њихов збир: : $5x + 1$,

Збир умањен

за остатак: : $5x = 55$,

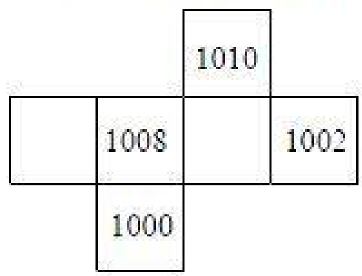
$55 : 5 = 11$; $11 \cdot 4 = 44$; $44 + 1 = 45$; : $x = 11$.

Дакле, први број је 45 (**8 бодова**), а други 11 (**8 бодова**).

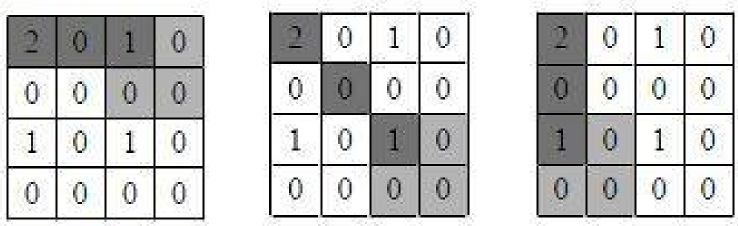
2. Посматрамо редом цифре јединица. Ако је цифра јединица једнака 0 или 1, тражени двоцифрени бројеви не постоје. Ако је цифра јединица једнака 2, постоји један двоцифрен број (12). Ако је цифра јединица једнака 3, постоје два броја (13, 23). ... Ако је цифра јединица једнака 9, постоје осам бројева (19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89). Према томе, тражених бројева има $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$ (**20 бодова**).

(За делимично урађен задатак (наведена већина тражених бројева, али са грешком у набрајању или сабирању) дати 10 бодова.)

3. Бројеви 1008 и 1010 су фиксирани као на слици (**10 бодова**). На преостала два места можемо уписати бројеве 1004 и 1006 (**10 бодова**).



4. Број 2010 се може прочитати на 9 начина и то показано на пример овако (**20 бодова**):

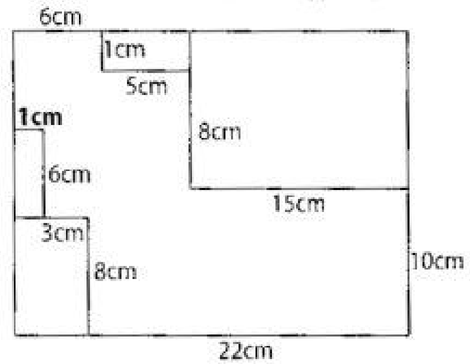


5. Обим осенченог правоугаоника је једнак разлици збира датих обима 4 означена правоугаоника и обима почетног квадрата то јест $O = (8+18+10+24) - 4 \cdot 10 = 20$, $O = 20\text{cm}$ (**20 бодова**).

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - IV РАЗЕД

1. (**ML XLIII-4**) $x \cdot 257 - 422 = 88500$. $x = 346$ (**20 бодова**). Ако је ученик добро поставио једначину, а није добро израчунао дати 5 бодова. Максималним бројем бодова оценити и поступак у коме је ученик дошао до решења не користећи једначину.
2. Четвороцифрени број је облика $abba$, а троцифрени cdc. Сада је $abba = 2011 + cdc$. Ако је $a = 2$ (**5 бодова**) имамо: $2bb2 = 2011 + cdc$, односно $b \cdot 100 + b \cdot 10 + 2 = c \cdot 100 + (d+1) \cdot 10 + c + 1$. Одавде је $c = 1$ (**5 бодова**), $b = 1$ (**5 бодова**) и $d = 0$ (**5 бодова**). За $a = 3$ не постоје тражени бројеви.
3. Ако дату фигуру допунимо до правоугаоника (види слику), његове странице су дужине 26cm и 19cm. Површина фигуре је онда
$26 \cdot 19 - (15 \cdot 9 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 8 \cdot 4) = 316$. Дакле, $P = 316\text{cm}^2$ (**20 бодова**).



4. Од 12 коцкица могу да се направе 4 квадра, типа:
$12 \times 1 \times 1$, $6 \times 2 \times 1$, $4 \times 3 \times 1$ и $3 \times 2 \times 2$.
а) Најмању површину има квадар типа $3 \times 2 \times 2$ и то 32cm^2 (**10 бодова**).
б) Највећу површину има квадар типа $12 \times 1 \times 1$ и то 50cm^2 (**10 бодова**).
Напомена: Дати 5 бодова ако ученици запишу да постоје 4 квадра, а не одреде ни једну површину.
5. Чика Ратко у џепу може да има:
а) 11 новчаница: 3 од 100, 3 од 500 и 5 од 1000 динара (**10 бодова**).
б) 18 новчаница: 8 од 100, 8 од 500 и 2 од 1000 динара (**10 бодова**).

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

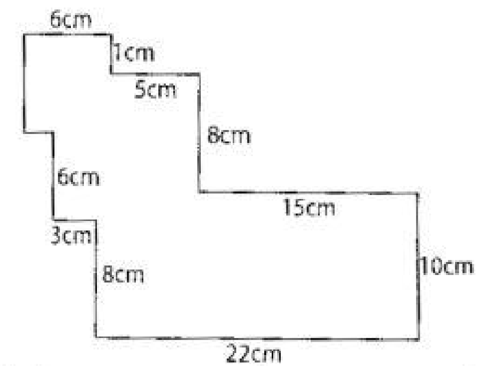
Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА 09.04.2011. IV РАЗРЕД

1. Којим бројем треба помножити број 257 тако да када од тог производа одузмеш број 422 добијеш број 88500?

2. Четвороцифрен и троцифрен број у разлици **** – *** = 2011 имају исту вредност ако их читамо и са леве и са десне стране. Одреди те бројеве.

3. Израчунај површину фигуре представљене сликом. Све странице фигуре припадају правама које су или паралелне или нормалне међусобно.



4. Од 12 истих коцки чија је ивица дужине 1cm направљен је квадар. Који од овако добијених квадара има: а) најмању; б) највећу површину? Израчунај те површине.

5. Чика Ратко у џепу има 6800 динара. Тај износ има у новчаницама од 100 динара, 500 динара и 1000 динара. Број новчаница од 100 динара и од 500 динара је исти. Колико новчаница чика Ратко може да има?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
31.03.2012.
IV РАЗРЕД

1. Шта је веће 72504 : 36 или 3292510 : 1634 и за колико?

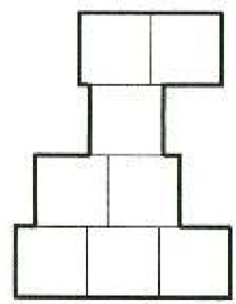
2. Дешифруј сабирање

$$ML + ML = DMS$$

ако истим словима одговарају исте цифре, а различитим словима различите цифре. Одреди сва решења.

3. Диана је на сваком од 19 картона исписала по један од бројева од 1 до 19. Може ли Диана поделити картоне у две групе тако да збир бројева у једној групи буде за 40 већи од збира бројева у другој групи?

4. Фигура на слици је састављена од 8 истих квадрата. Обим фигуре на слици је 32cm. Израчунај њену површину.



5. Бранко је записао број 1 и иза њега почео редом да дописује природне бројеве

123456789101112131415...99100101102...

Која цифра се налази на 2012 месту у овом Бранковом запису?

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - IV РАЗЕД

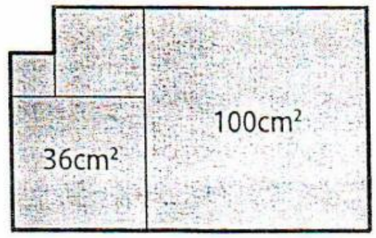
1. (МЛ 46-3) Како је 72504 : 36 = 2014 (**5 бодова**) и 3292510 : 1634 = 2015 (**5 бодова**) то је други количник већи од првог и то за 1 (**10 бодова**).
2. Збир два двоцифрена броја је увек мањи од 200 па је $D = 1$ (**3 бода**). Како је цифра десетица сабирака једнака цифри десетица збира, то је могуће само ако постоји пренос са места јединица сабирака (дакле $L > 4$) и ако је $M = 9$ (**5 бодова**). Дакле, имамо да је $\overline{9L}+\overline{9L}=\overline{19S}$. Провером добијамо да су сва решења 95 + 95 = 190 (**3 бода**), 96 + 96 = 192 (**3 бода**), 97 + 97 = 194 (**3 бода**), 98 + 98 = 196 (**3 бода**).
3. Збир бројева на свим картонима је 1 + 2 + 3 + ... + 18 + 19 = 190 (**5 бодова**). Ако са x означимо збир бројева на картонима у једној групи, онда је $x + 40$ збир бројева на картонима у другој групи. Како је $x + (x + 40) = 190$, закључујемо да су збирови на картонима у групама 75 и 115 (**10 бодова**). Како је 1 + 2 + 3 + 17 + 18 + 19 + 15 = 75 (**5 бодова**), то је могуће поделити картоне у две групе са траженом особином.
4. Означимо страницу квадрата са a. Обим дате фигуре састоји се од 16 страница квадрата, па је $16a = 32\text{cm}$, одакле добијамо да је страница квадрата 2cm (**12 бодова**). Како се фигура састоји од 8 квадрата, то је тражена површина $8 \cdot a \cdot a = 32\text{cm}^2$ (**8 бодова**).
5. Када је записао све једноцифрене бројеве, Бранко је записао 9 цифара. Када је записао све двоцифрене бројеве записао је још 180 цифара. Дакле, за све једноцифрене и двоцифрене бројеве Бранко је записао 189 цифара. До 2012 места, остало је да запише још 1823 цифре. Како је за запис троцифреног броја потребно 3 цифре, Бранко ће на преосталих 1823 места записа 607 троцифрених бројева и још 2 цифре 608. броја (јер је количник при дељењу броја 1823 са 3 једнак 607 и остатак 2). 608. троцифрени број је 707, а његова друга цифра у запису је 0, па је тражена цифра 0 (**20 бодова**).

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике ученика основних школа
06.04.2013 – IV разред

1. Ружица је замислила један број. Број је умањила за 100, па тако добијени број умањила је 100 пута и добила је број 100. Који број је Ружица замислила?

2. Фигура на слици састављена је од 4 квадрата. Израчунај обим и површину те фигуре ако су на слици дате површине два квадрата.



3. За нумерацију страна једне књиге цифра 1 је употребљена 100 пута. Колико страна има та књига?

4. Дужине ивица квадра су 6cm, 4cm и 3cm. Све стране тог квадра су изрезане од правоугаоног картона чија је једна страница дужине 6cm. При том резању цео картон је искоришћен. Израчунај дужину друге странице тог картона и нацртај како би то резање требало да се уради.

5. Дати су бројеви 192, 64, 32, 16 и 8. Користећи те бројеве и рачунске операције сабирање, одузимање, множење и дељење могу се саставити разни изрази чије су вредности природни бројеви. Који је: а) најмањи, б) највећи природан број који се може добити на тај начин? Сваки од датих бројева се мора користи тачно једанпут и свака рачунска операција тачно једанпут. Није дозвољено користити заграде.

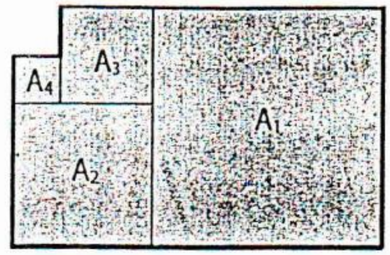
Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - IV РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

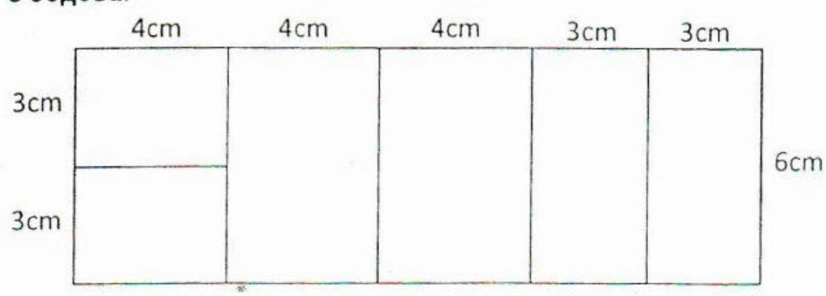
1. (МЛ47/3) Ружица је замислила број 10100 (**20 бодова**).

2. Означимо квадрате као на слици. Дужина странице квадрата A_1 је 10cm (**2 бода**), а квадрата A_2 је 6cm (**2 бода**). Дужина странице A_3 је 10cm – 6cm = 4cm (**3 бода**), а квадрата A_4 је 6cm – 4cm = 2cm (**3 бода**). Површина дате фигуре је 156cm^2 (**5 бодова**), а обим 52cm (**5 бодова**).



3. За нумерацију првих 99 страна цифра 1 је употребљена 20 пута (**3 бода**). За нумерацију страна од 100 до 109 цифра 1 је употребљена 11 пута (укупно 31 пут) (**3 бода**). За нумерацију страна од 110 до 119 цифра 1 је употребљена 21 пут (укупно 52 пута) (**3 бода**). У свакој следећој десетици друге стотине цифра 1 се употребљава 11 пута: 120-129 – укупно 63 пута; 130-139 – укупно 74 пута; 140-149 – укупно 85 пута; 150-159 – 96 пута (**6 бодова**). Остаје још да се цифра 1 употреби још 4 пута и то за бројеве 160, 161 и 162, па књига има 162 стране (**5 бодова**).

4. Површина квадра је једнака површини картона (**4 бода**). Дакле, $2 \cdot (6 \cdot 4 + 6 \cdot 3 + 4 \cdot 3) = 6 \cdot x$ (**4 бода**), где смо са x обележили тражену дужину друге странице тог картона. $x = 18$cm (**4 бода**). За тачан цртеж **8 бодова**.



5. а) $192 : 64 \cdot 8 + 16 - 32 = 8$ (**10 бодова**);
   б) $192 \cdot 64 + 32 - 16 : 8 = 12318$ (**10 бодова**).

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
05.04.2014.

IV разред

1. Користећи цифре 1, 3, 5, 7, 9 (сваку тачно једанпут) напиши један трocифрени и један двоцифрени број тако да:
а) њихов збир буде највећи могући;
б) њихов збир буде најмањи могући;
в) њихова разлика буде највећа могућа;
г) њихова разлика буде најмања могућа.

2. Отац, син и ћерка имају укупно 45 година. Ћерка има онолико месеци колико отац има година, а син има два пута више месеци него ћерка. Колико година има отац, колико син, а колико ћерка?

3. Одреди шест узастопних троцифрених бројева у чијем се запису појављује тачно 11 цифара 5.

4. Дата су четири броја: *AABB*, *CDD*, *CB*, *B*. Почевши од другог, сваки број је једнак производу цифара претходног. Одреди број *AABB*. (У бројевима су једнаке цифре замењене истим словима, а различите различитим).

5. Ако се ивица коцке повећа за 2cm, њена површина се повећа за 504cm^2. Колика је површина коцке пре повећања странице?

Решење

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

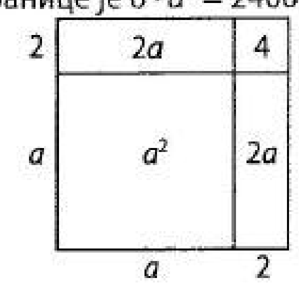
1. (МЛ 48/1) а) $1024 = 973 + 51 = 971 + 53 = 953 + 71 = 951 + 73$ (**5 бодова**);
б) $196 = 137 + 59 = 139 + 57 = 157 + 39 = 159 + 37$ (**5 бодова**);
в) $975 - 13 = 962$ (**5 бодова**); г) $135 - 97 = 38$ (**5 бодова**).
Напомена: За максималан број бодова у делу а) и б) довољно је једно решење.

2. Ако ћерка има x месеци, тада брат има $2 \cdot x$ месеци, а отац $12 \cdot x$ месеци (јер има x година). Они укупно имају $45 \cdot 12 = 540$ месеци. Дакле, $x + 2 \cdot x + 12 \cdot x = 540$ (**14 бодова**), $15 \cdot x = 540$, $x = 36$. Дакле, отац има 36 година (**2 бода**), ћерка 36 месеци, тј. 3 године (**2 бода**), а брат 6 година (**2 бода**).

3. Тражени бројеви су 549, 550, 551, 552, 553 и 554 (**20 бодова**. За максималан број бодова довољно је да ученик/ца само наведе бројеве).

4. (МЛ 47/2) Како је $C \cdot B = B$, то је $B = 0$ или $C = 1$. Ако је $B = 0$, тада је и производ цифара броја $AABB$ једнак 0, што није тачно. Дакле, $C = 1$ (**5 бодова**. Бодовати максимално и ако ученик не разматра случај $B = 0$). Како је $1 \cdot D \cdot D = \overline{1B}$, D је цифра коју када помножимо собом даје број друге десетице. То је једино могуће за $D = 4$. Како је $4 \cdot 4 = 16$, то је $B = 6$ (**10 бодова**). Сада имамо $A \cdot A \cdot 6 \cdot 6 = 144$, тј. $A \cdot A = 4$, одакле је $A = 2$ (**5 бодова**). Дакле, тражени број $AABB$ је 2266.

5. Нека је ивица коцке, пре повећања, једнака a. Након повећања ивица коцке је $a + 2$. Површина једне стране коцке повећаће се за $4a + 4$ (види слику). Укупна површина коцке повећаће се за $6 \cdot (4a + 4) = 504$ (**10 бодова**), одакле је $a = 20\text{cm}$ (**8 бодова**). Површина коцке пре повећања странице је $6 \cdot a^2 = 2400\text{cm}^2$ (**2 бода**).



Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
28.03.2015.

IV разред

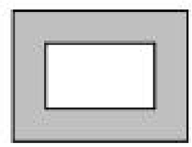
1. Колико ће година проћи од 1. јануара 2015. године пре него што се први пут догоди да производ цифара у ознаци године буде већи од збира ових цифара?

2. Свако слово замени цифром (различита слова различитим ци-фрама, а иста слова истим цифрама) тако да важи једнакост

ЉУ + ЉА = ШКА

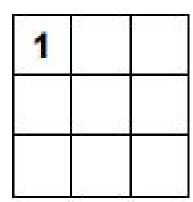
и да седмоцифрени број *ЉУЉАШКА* буде највећи могућ.

3. Димензије слике облика правоугаоника су 10cm и 6cm. Славољуб је направио рам за слику који је једнаке ширине са свих страна слике. Дужина рама једнака је половини обима слике. Израчунај површину рама око слике (осенчени део).



4. Одреди све двоцифрене бројеве чији је збир цифара непаран, при чему број који је за један мањи од таквог броја такође има непаран збир цифара.

5. Квадрат 3 × 3 подељен је на 9 поља (јединичних квадрата). У горње лево поље уписан је број 1. Попуни осталих 8 поља бројевима 1, 2, 3 тако да се у свакој врсти и свакој колони појављује сваки од та три броја. Одреди сва решења.



IV РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

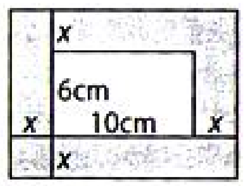
1. (МЛ 47/5) Производ цифара ће бити 0 све док у ознаци године постоји цифра 0, док ће збир цифара такве године бити већи од 0. Прва година када производ цифара ознаке године неће бити 0 је 2111. године (**10 поена**).

година	2111.	2112.	2113.	2114.	2115.
збир цифара	5	6	7	8	9
производ цифара	2	4	6	8	10

Уочавајући збирове и производе година после 2111. закључујемо да је прва тражена година 2115 (**8 поена**. Признати укупно 18 поена за овај резултат и без претходних објашњења). Дакле, проћи ће 100 година (**2 поена**).

2. Други сабирак и збир имају исту последњу цифру, па је $У = 0$ (**5 поена**). Како седмоцифрени број *ЉУЉАШКА* треба да буде највећи могућ, узећемо да је $Љ = 9$ (**5 поена**). Тада је $90+\overline{9A}=\overline{18A}$, па је $Ш = 1$, $К = 8$ (**5 поена**), а одатле и $А = 7$ (**5 поена**).

3. Површина слике је $60cm^2$, а обим слике 32cm (**4 поена**). Означимо са x ширину рама са сваке стране око слике. Како је дужина рама једнака половини обима слике, то је $2x + 10cm = 16cm$, одакле је $x = 3cm$ (**8 поена**). Дакле, дужина рама је 16cm, укупна ширина 12cm и површина $192cm^2$ (**4 поена**). Површину рама око слике добићемо када од површине читавог рама одузмемо површину слике, па је тражена површина $192cm^2 - 60cm^2 = 132cm^2$ (**4 поена**).



4. Ако неки двоцифрени број коме цифра јединица није 0 има непаран збир цифара, онда његов претходник има паран збир цифара (**8 поена**). Дакле, долазе у обзир само бројеви којима је цифра јединица 0, при чему цифра десетица мора бити непарна (**2 поена**). Провером видимо да су решења бројеви 10, 30, 50, 70, 90 (свако решење по **2 поена.** Признавати ове поене и без претходног образложења).

5. Задатак има 4 решења (свако решење, и без образложења, по **5 поена**). У првој врсти бројеви 2 и 3 могу се распоредити на 2 начина (2,3 или 3,2). На исти начин бројеве 2 и 3 можемо распоредити у првој колони. Сваки различити одабир бројева у првој врсти и колони одређује по једно различито решење.

1	2	3
2	3	1
3	1	2

1	2	3
3	1	2
2	3	1

1	3	2
2	1	3
3	2	1

1	3	2
3	2	1
2	1	3

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
19.03.2016.

IV разред

1. Дешифруј ребус
$$A + BA + CBA + DCBA = 2016.$$
Иста слова замени једнаким цифрама, а различита различитим.

2. Производ два броја је 2016. Ако се један од њих повећа за 7, производ ће бити 2457. Који су то бројеви?

3. Ана, Бојана, Вера и Гордана играју тенис. Пред сваки меч оне се деле у парове и играју две против две. Нема нерешених резултата. Након 8 одиграних мечева забележено је да је Ана 6 пута била у победничком пару, Бојана 3 пута и Вера 5 пута. Колико пута је Гордана била у победничком пару?

4. Правоугаона стаза ширине 4m прекривена је цела са 1200 плочица правоугаоног облика са страницама дужине 25cm и 20cm, тако да се плочице не преклапају. Одреди дужину стазе.

5. Јелена је записала један за другим природне бројеве без размака
12**3**4**5**6**7**8**9**10**11**12**13**14...
и укупно је употребила 2016 цифара. Колико пута је записала цифру нула?

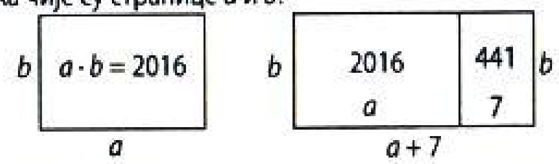
Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

IV РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 50/2) Збир 4 слова A завршава се цифром 6 па је $A = 4$ или $A = 9$ [**5 поена**]. Ако је $A = 4$, тада се $3B + 1$ завршава цифром 1, тј. $3B$ се завршава цифром 0 одакле је $B = 0$, што је немогуће. Дакле, $A = 9$ [**5 поена**]. Сада се $3B + 3$ завршава цифром 1, одакле се $3B$ завршава цифром 8. Дакле, $B = 6$ [**5 поена**]. Сада се $2C + 2$ завршава цифром 0, одакле се $2C$ завршава цифром 8, па је $C = 4$ (јер је $A = 9$) и $D = 1$. Дакле, $9 + 69 + 469 + 1469 = 2016$ [**5 поена**].

2. (МЛ 48/3) Производ бројева a и b може се представити као површина правоугаоника чије су странице a и b.



Ако се једна страница повећа за 7, тада се површина повећа за $2457 - 2016 = 441$ [**5 поена**]. Дакле, $7 \cdot b = 441$ [**5 поена**], $b = 441 : 7$, $b = 63$ [**5 поена**]. Тада је $a = 2016 : 63$, $a = 32$. Тражени бројеви су 32 и 63 [**5 поена**].

3. Пошто су у сваком мечу по 2 девојчице у победничком пару, то је укупно било 16 победника [**10 поена**]. Ана је била победник 6 пута, Бојана 3 пута и Вера 5 пута, па је Гордана била победник $16 - (6 + 3 + 5) = 16 - 14 = 2$, тј. 2 пута је била у победничком пару [**10 поена**].

4. Површина једне плочице је $20 \cdot 25 = 500cm^2$ [**5 поена**], а површина целе стазе је $1200 \cdot 500cm^2 = 600000cm^2$ [**5 поена**] $= 60m^2$ [**5 поена**]. Како је ширина стазе 4m, њена дужина је $60 : 4 = 15$ метара [**5 поена.** Признати и одговор 1500cm.].

5. За записивање једноцифрених бројева Јелена је употребила 9 цифара, за двоцифрене $90 \cdot 2 = 180$, док је за троцифрене употребила $2016 - (180 + 9) = 1827$ цифара [**5 поена**]. Како је $1827 : 3 = 609$, Јелена је записала све природне бројеве до 609 [**2 поена**]. троцифреног по реду, тј. до броја 708 [**3 поена**].
За записивање једноцифрених бројева није употребљена ниједна цифра 0, а на месту јединица двоцифрених бројева она је употребљена 9 пута [**2 поена**]. Код троцифрених бројева цифра 0 је употребљена $6 \cdot 10 + 9$ на месту десетица и $6 \cdot 10 + 1$ пут на месту јединица. Дакле, цифра 0 је употребљена укупно $9 + 69 + 61 = 139$ пута [**8 поена**].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике ученика основних школа
25.03.2017.

IV разред

1. Реши једначине:
а) $(x \cdot 4 - 4) : 4 - 4 = 4$;
б) $x : 4 - 4 \cdot 4 - 4 = 4$.

2. Дешифруј ребус. Различита слова представљају различите цифре, а иста слова исте цифре. Нађи сва решења.

$$\begin{array}{r} \text{М Л} \\ \text{Д М С} \\ +\ \text{Д М С} \\ \hline \text{2 0 1 7} \end{array}$$

3. Живорад је имао њиву облика правоугаоника чији је обим 98m. Уз своју њиву је купио још једну облика квадрата. Сада има њиву облика правоугаоника чији је обим 162m. Колика је површина њиве коју сада има?

4. Четири мајице, плава, зелена, црвена и жута, коштају укупно 2017 динара. Цена црвене и жуте мајице заједно је за 7 динара већа од цене зелене и плаве мајице заједно. Плава мајица је 7 динара јефтинија од жуте, а 27 динара скупља од зелене. Колико кошта црвена мајица?

5. Прецртај табелу на папир који ћеш предати. Почињући од цифре 1 у горњем левом углу нацртај изломљену линију до доњег десног угла са цифром 6. При томе се од цифре до цифре може ићи само слева надесно и одозго надоле и збир цифара (укључујући прву јединицу и последњу шестицу) прецртаних изломљеном линијом треба да буде 40.

1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6

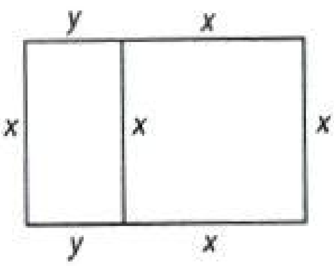
IV РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 50/4**) а) 9 [**10 поена**]; б) 96 [**10 поена**].

2. Мора бити Д = 9 (иначе се не би могао добити збир 20) [**4 поена**]. Сада добијамо да мора бити М = 7 [**4 поена**] и Л + С + С = 7. За ово последње постоје три могућности: Л = 1, С = 3, затим Л = 3, С = 2 и Л = 5, С = 1. Решења ребуса су 71 + 973 + 973 = 2017, 73 + 972 + 972 = 2017, 75 + 971 + 971 = 2017 [свако решење по **4 поена**].

3. Ако са x означимо страницу додатог квадрата, онда се обим Живорадове њиве повећао за 2x = 162m – 98m = 64m, одакле је x = 32m [**6 поена**]. Како је збир различитих страница првобитне њиве 98m : 2 = 49m, то су те странице биле 32m и 49m – 32m = 17m [**6 поена**]. Нова њива има странице 32m и 32m + 17m = 49m [**4 поена**], па је њена површина 32m · 49m = 1568m^2 [**4 поена**].



4. Из прва два услова добијамо да зелена и плава мајица заједно коштају (2017 – 7) : 2 = 1005 динара, а црвена и жута заједно 1005 + 7 = 1012 динара [**7 поена**]. Слично, из услова да је плава 27 динара скупља од зелене добијамо да је цена зелене (1005 – 27) : 2 = 489 динара, а плаве 489 + 27 = 516 динара [**7 поена**]. Сада је цена жуте мајице 516 + 7 = 523 динара [**3 поена**], а црвене 1012 – 523 = 489 динара [**3 поена**].

5. Задатак има више решења. На пример: 1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 4 + 4 + 5 + 6 + 6 + 6 = 40 [било које тачно решење **20 поена**].

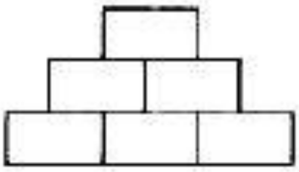
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
25.03.2018.

IV разред

1. Прецртај таблицу на папир који ћеш предати. Попуни празна поља бројевима тако да изнад свака два суседна броја буде њихов збир. У доњем реду треба да буду уписани бројеви 917, 1009, 2018, али тако да број уписан на врху таблице буде највећи могућ.



2. Квадрат је помоћу 7 дужи паралелних једној својој страници подељен на 8 једнаких правоугаоника. Збир обима тих правоугаоника је 216cm. Израчунај површину квадрата.

3. Правоугаоник је састављен од 12 једнаких квадрата чије су странице дужине 2cm. Колико највише може бити обим тог правоугаоника?

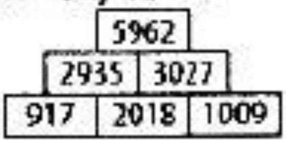
4. Колико пута треба употребити цифру 1 да би се написали сви парни природни бројеви мањи од 315?

5. Збир 2015 природних бројева једнак је 2018. Које све вредности може имати њихов производ? [Напомена: 0 није природан број.]

IV РАЗРЕД

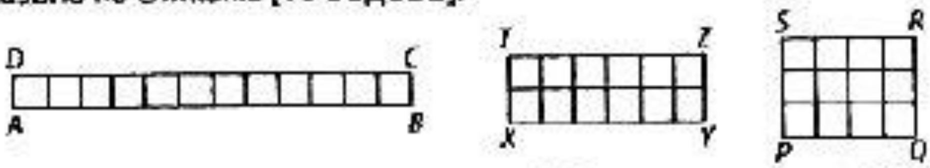
Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 52/2**) На слици је приказано једно од два могућа решења. Највећи број који може бити на врху таблице је 5962 [За правилан распоред у доњем реду **15 бодова.** Тачно попуњен остатак таблице **5 бодова**].



2. У поменутом збиру обима правоугаоника, свака од 7 датих дужи (чије су дужине једнаке страници квадрата) учествује два пута (види слику), па је тај збир $7 \cdot 2 + 4 = 18$ пута дужи од странице квадрата [**10 бодова**]. Ако је дужина странице a, из $18 \cdot a = 216$cm, налазимо да је $a = 12$cm [**5 бодова**], па је површина квадрата 144cm^2 [**5 бодова**].

3. Правоугаоник се може саставити од 12 квадрата на три начина, као што је приказано на сликама [**10 бодова**].



Означимо дужину странице квадрата са x. Обим правоугаоника $ABCD$ је $26 \cdot x = 26 \cdot 2$cm $= 52$cm [**3 бода**], правоугаоника $XYZT$ је $16 \cdot x = 16 \cdot 2$cm $= 32$cm [**3 бода**], а правоугаоника $PQRS$ је $14 \cdot x = 14 \cdot 2$cm $= 28$cm [**3 бода**]. Дакле, обим највише може бити 52cm [**1 бод**].

4. Како се ради о парним бројевима, цифра 1 се у њима не јавља на месту јединица [**2 бода**]. У свакој стотини цифра 1 се на месној вредности десетице код парних бројева јавља 5 пута. Дакле, у прве 3 стотине, јавља се укупно 15 пута на месту десетица [**8 бодова**]. На месној вредности стотине цифра 1 се код парних бројева јавља 50 пута [**8 бодова**]. За запис тражених бројева у прве три стотине цифра један се употреби 65 пута. У четвртој стотини цифра 1 се употребљава за запис бројева 310, 312 и 314 [**2 бода**]. Дакле, за запис свих парних бројева до 315 цифра 1 се употреби 68 пута.

5. Постоје три могућности за одабир 2015 бројева чији је збир 2018: једна четворка и 2014 јединица [**6 бодова**]; једна тројка, једна двојка и 2013 јединица [**6 бодова**]; три двојке и 2012 јединица [**6 бодова**]. Дакле, производ може бити 4, 6 или 8 [**2 бода**; за сваки погрешан резултат –5 бодова, с тим да укупан збир не буде негативан].