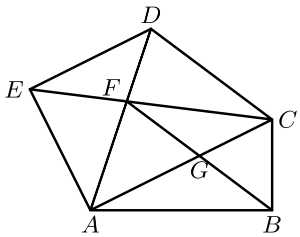
Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

21.04.2007.

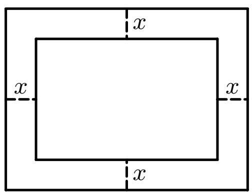
4. РАЗРЕД

1. Колико има троуглова на слици? Навести те троуглове.



2. На колико начина Воја, Раде и Зоран могу да поделе 7 једнаких кликера, тако да сваки од њих добије бар један кликер?

3. Травњак је облика правоугаоника чија је краћа страница дужине 16 m. Око травњака је направљена стаза исте ширине на свим правцима (као на слици) чија је површина 176 m^2. Израчунати дужину друге странице правоугаоника (травњака) ако пешак који обиђе целу стазу идући спољном ивицом те стазе пређе 16 m више него пешак који обиђе целу стазу идући унутрашњом ивицом те стазе.



4. У шуми је укупно било 565 фазана и јаребица. Када је број фазана порастао 3 пута, а број јаребица порастао 5 пута, било их је укупно 2007. Колико је фазана, а колико јаребица било на почетку у шуми?

5. Дата је једнакост ВУК + ЛОВАЦ = БАЈКА. Иста слова заменити истом цифром, а различита слова различитим цифрама, тако да једнакост буде тачна. Познато је да слово Л треба заменити цифром 5. Детаљно образложити.

Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.
Забрањена је употреба калкулатора и мобилних телефона.

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

21.04.2007.

5. РАЗРЕД

1. Одредити све природне бројеве a и b такве да је $\frac{a}{10} + \frac{b}{15} = \frac{5}{6}$ и $\frac{1}{2} < \frac{a}{10} < \frac{3}{4}$.

2. Стена у облику коцке чија је дужина ивице 10 m исечена је на једнаке коцкице чије су дужине ивица 1 dm. Ређањем тих коцкица једне поред друге поплочана је правоугаона стаза ширине 1 m. За колико сати би ту стазу прешао пешак који сваког сата прелази 5 km?

3. Одредити све просте бројеве p, q и r такве да је $2p+3q+4r = 2006$.

4. При дељењу бројева 287 и 431 са природним бројем n добијају се редом остаци 1 и 2, а при дељењу броја 231 са бројем $n+1$ добија се остатак 3. Одредити све такве бројеве n.

5. Нацртати 6 правих и 7 тачака тако да свака од тих правих садржи тачно 3 од тих тачака.

Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.
Забрањена је употреба калкулатора и мобилних телефона.

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

21.04.2007.

6. РАЗРЕД

1. Одредити све парове природних бројева a и b таквих да је $a+b=30$ и $\frac{2005}{2007}=\frac{198}{223}+\frac{a}{b}$.

2. Нека је $ABCD$ паралелограм код кога је $AB>BC$. Права p која садржи пресек дијагонала O и нормална је на дијагоналу BD сече страницу AB у тачки M и страницу CD у тачки N. Доказати да је четвороугао $MBND$ ромб.

3. Ако су a и b прости бројеви већи од 3 и $a>b$, доказати да је производ $(a+b)\cdot(a-b)$ дељив са 12.

4. У оштроуглом троуглу ABC тачке D и E су средишта страница AC и BC. Ако се симетрале углова ADE и BED секу на страници AB, доказати да је $AB=\frac{AC+BC}{2}$.

5. Одредити колико има једнакокраких троуглова чије странице имају целобројне дужине (у cm), а обим им је једнак 2005 cm.

Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.
Забрањена је употреба калкулатора и мобилних телефона.

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

21.04.2007.

7. РАЗРЕД

1. Доказати да је $\sqrt{5+\sqrt{\sqrt{17}+\sqrt{37}}+\sqrt{2}}>3$.

2. У квадрат чија је дужина странице 10 cm уписан је правилни дванаестоугао, тако да свакој страници квадрата припада по једна страница дванаестоугла. Израчунати дужину странице тог дванаестоугла.

3. Упоредити бројеве $3^{2007}-2^{3000}$ и $2007\cdot 2^{2007}$.

4. Испитати да ли постоји троугао чије су дужине висина 1 cm, 2 cm и 3 cm.

5. Одредити колико има четвороцифрених бројева који се записују помоћу цифара 1, 2 и 3, али тако да се ниједна од тих цифра не појављује више од два пута у запису броја.

Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.
Забрањена је употреба калкулатора и мобилних телефона.

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

21.04.2007.

8. РАЗРЕД

1. Доказати да је број $2007^{2005} - 2007$ дељив са 90.

2. Бочна страна правилне тростране пирамиде је једнакокраки троугао са углом од 30° при врху. Дужина бочне ивице је 8 cm. Израчунати површину те пирамиде.

3. Израчунати разлику израза $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 2005^2$ и $1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \cdots + 2004 \cdot 2006$.

4. Хипотенузе BC и AD правоуглих троуглова ABC и ABD секу се у тачки E. Ако је дужина дужи AC једнака 6 cm, а дужина дужи BD једнака 3 cm, израчунати растојање тачке E од дужи AB.

5. Петоцифрен број је "петоразлик" ако су му све цифре различите и припадају скупу $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Израчунати збир свих таквих бројева.

Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.
Забрањена је употреба калкулатора и мобилних телефона.